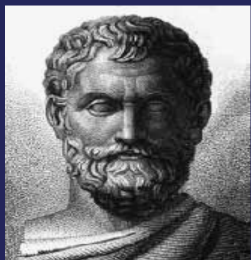
Asemănarea triunghiurilor



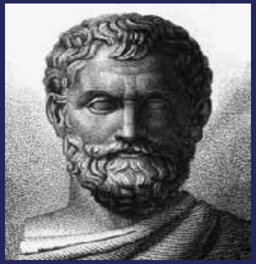
Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

Prof. Puricică Mihaela

- ASEMANARE TRIUNGHIURILOR

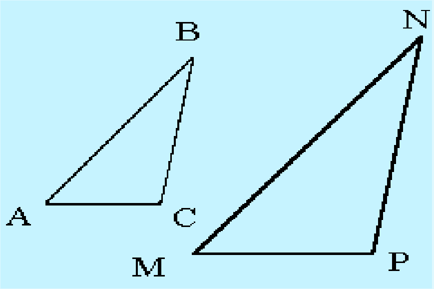
- Prof. Daniela Voinea
- Prof. Violeta Udrea

Asemănarea triunghiurilor



Două triunghiuri se numesc asemenea dacă au laturile respectiv proporţionale şi unghiurile opuse lor respectiv congruente.

$$\Delta\, ABC \sim \Delta\, MNP \iff \begin{cases} \dfrac{AB}{MN} = \dfrac{BC}{NP} = \dfrac{AC}{MP}; \\ \angle A \equiv \angle M; \angle B \equiv \angle N; \angle C \equiv \angle P. \end{cases}$$

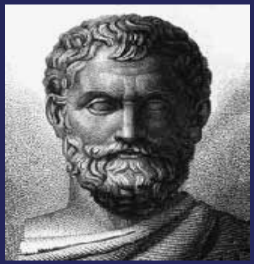


OBS: Relaţia de asemănare între două triunghiuri este:

- reflexivă: $\Delta\, ABC \sim \Delta\, ABC$
- simetrică: $\Delta\, ABC \sim \Delta\, MNP \Rightarrow \Delta\, MNP \sim \Delta\, ABC$;
- tranzitivă: $\Delta\, ABC \sim \Delta\, MNP$ şi $\Delta\, ABC \sim \Delta\, QRS \Rightarrow \Delta\, MNP \sim \Delta\, QRS$.

Teoreme

Asemănarea triunghiurilor



Definitie

Teoreme

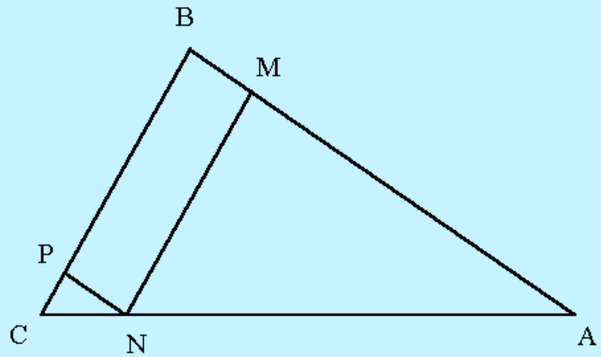
Cazuri

Aplicatii 1

Test

Aplicatii 2

O paralelă la una din laturile unui triunghi, formează cu celelalte două laturi, sau cu prelungirile lor, un triunghi asemenea cu cel dat.



$$\left.\begin{array}{l}\Delta\,ABC \\ M\in AB,\ N\in AC \\ MN \parallel BC\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\,AMN \sim \Delta\,ABC$$

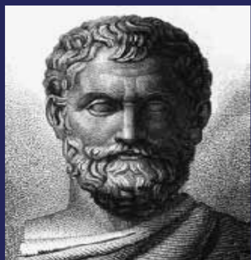
Demonstraţie:

a) $M\in(AB)$

Din $MN \parallel BC$ şi AB,AC-secante $\Rightarrow \angle AMN \equiv \angle A$ $\angle ANM \equiv \angle ACB$ (corespondente) (1), iar conform reflexivităţii, $\angle MAN \equiv \angle BAC$.

În $\Delta\,ABC$, $MN \parallel BC \Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.

Asemănarea triunghiurilor



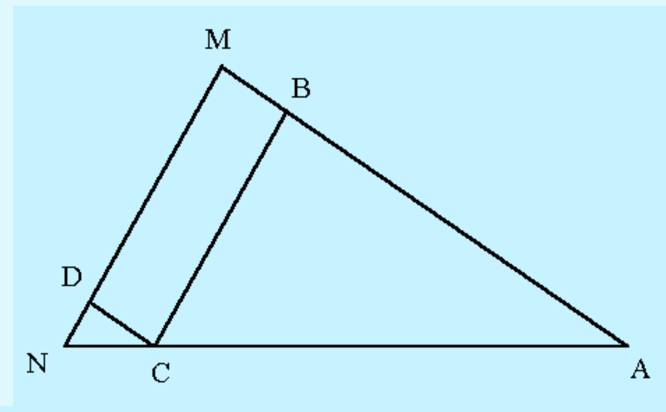
$$\left.\begin{array}{l}\text{Fie } NP \parallel AB,\ P\in(BC) \Rightarrow \dfrac{AN}{AC}=\dfrac{PB}{BC} \\ MNPB\text{-paralelogram} \Rightarrow [MN]\equiv[BP]\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

Se obţine (2) $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$

Din (1) şi (2) $\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC$.

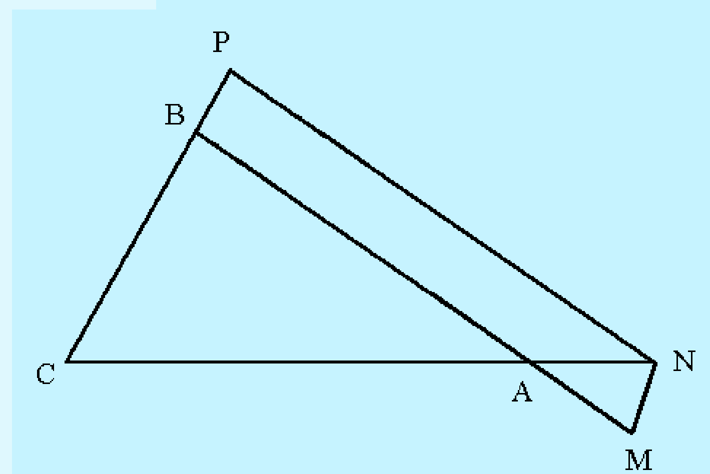
b) $B\in(AM)$

Demonstraţia rămâne aceeaşi, construind $CD \parallel AM$.



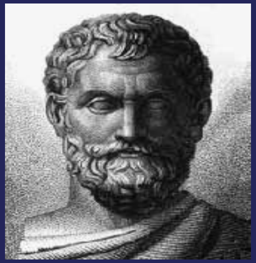
c) $A\in(BM)$.

Construim $NP \parallel AB$, $P\in[CB$ (B între P şi C).



Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

Asemănarea triunghiurilor



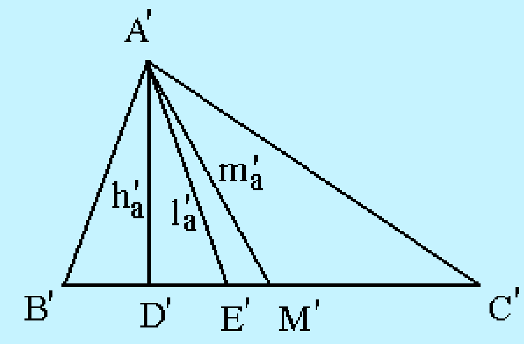
Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

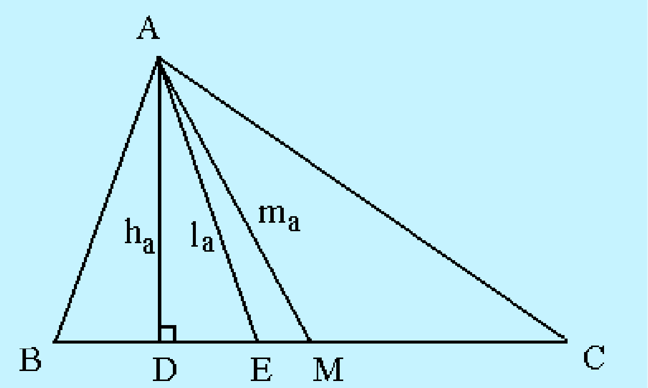
Dacă două triunghiuri sunt asemenea,atunci raportul ariilor lor este egal cu pătratul raportului de asemanare.

-Deci, dacă $\Delta A`B`C` \sim \Delta ABC \Rightarrow$

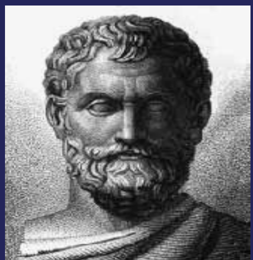
$$\cdot \frac{A_{A'B'C'}}{A_{ABC}} = \left(\frac{a'}{a}\right)^2 = \left(\frac{h_{a'}}{h_a}\right)^2 = \left(\frac{l_{a'}}{l_a}\right)^2 = \left(\frac{m_{a'}}{m_a}\right)^2 = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \left(\frac{R'}{R}\right)^2$$

Obs: Se numesc triunghiuri echivalente, triunghiurile care au aceeaşi arie





Asemănarea triunghiurilor



Definitie

Teoreme

Cazuri

Aplicatii 1

Test

Aplicatii 2

Cazul 1 (UU)

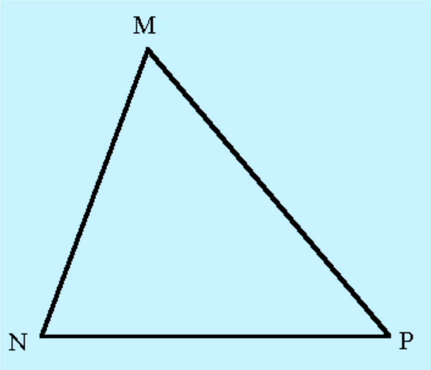
$$\left.\begin{array}{l}\angle A \equiv \angle M;\\ \angle B \equiv \angle N;\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\,ABC \sim \Delta\,MNP.$$

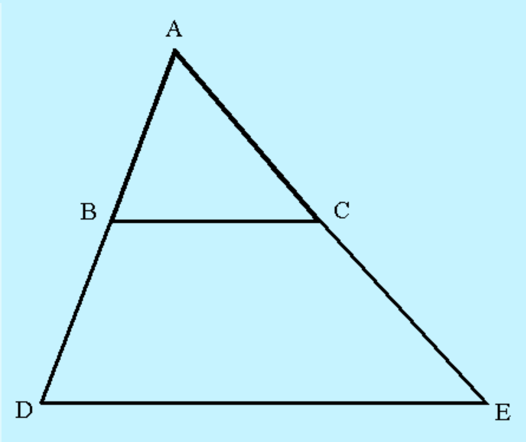
Cazul 2 (LUL)

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP};\\ \angle A \equiv \angle M;\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\,ABC \sim \Delta\,MNP.$$

Cazul 3 (LLL)

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP} \Rightarrow \Delta\,ABC \sim \Delta\,MNP.$$



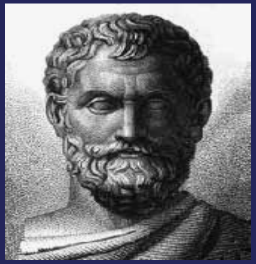


Demonstraţii:

Fie D∈(AB, astfel încât [AD]≡[MN] şi DE ∥ BC, E∈ (AC. Conform teoremei fundamentale a asemănării Δ ADE~Δ ABC. Se demonstrează, în ipotezele fiecăruia dintre cele trei cazuri, că Δ ADE≡Δ MNP şi deci Δ ABC~Δ MNP.

Aplicatii

Asemănarea triunghiurilor



Definitie

Teoreme

Cazuri

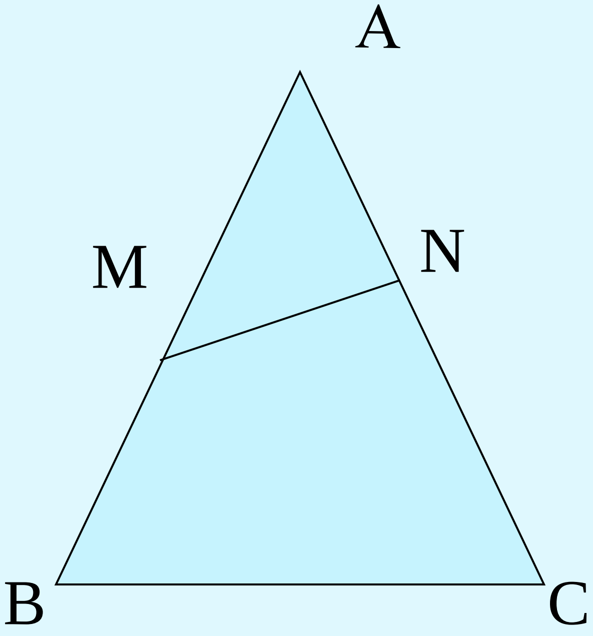
Aplicatii 1

Test

Aplicatii 2

- Gasiti erorile din ''demonstratie'',comentati si rezolvati corect

1.

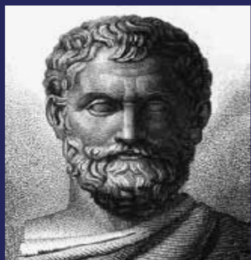


În triunghiul ABC, M $\in$ (AB), N$\in$(AC). Dacă MN este antiparalelă la BC, AM=4 cm, MB=2 cm şi AN=2 cm,atunci NC=……..cm.

$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}\Rightarrow\frac{4}{2}=\frac{4}{x}\Rightarrow$$

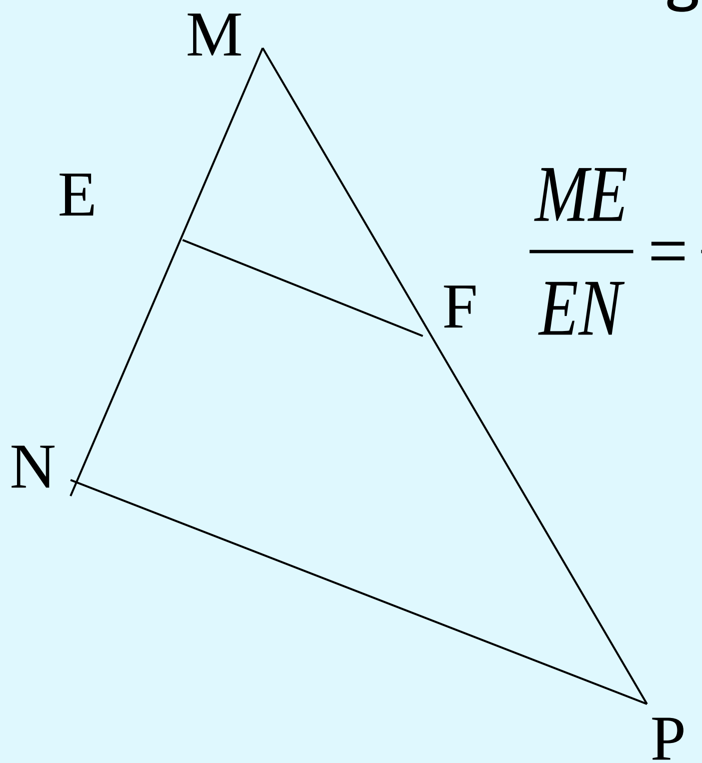
$$\Rightarrow 2\cdot 4=4\cdot x\Rightarrow x=2$$

Asemănarea triunghiurilor



Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

- În triunghiul MNP, E$\in$ (MN), F$\in$(MP). Dacă EF este paralelă la BC, EM=3 cm, EN=6 cm, EF=5 şi MF =4 cm. Aflati lungimile (NP) şi (FP).

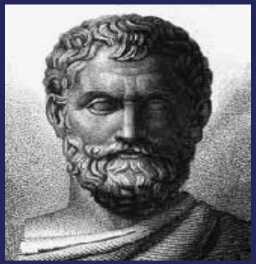


$$\frac{ME}{EN}=\frac{EF}{NP}=\frac{MF}{FP}\Rightarrow\frac{3}{6}=\frac{5}{NP}=\frac{4}{FP}$$

NP=10cm;
FP=8cm .

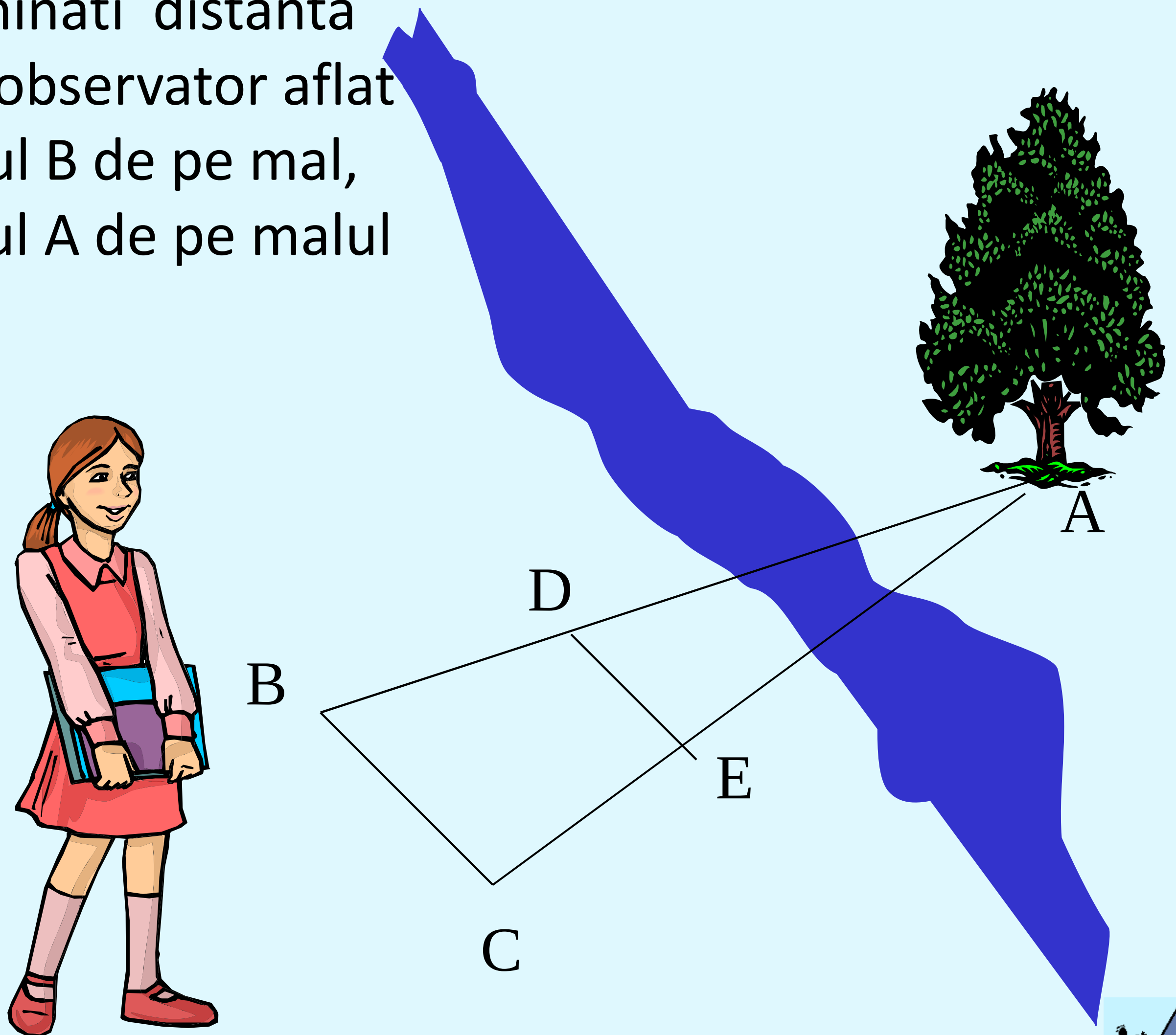
Puncte inaccesibile

Asemănarea triunghiurilor

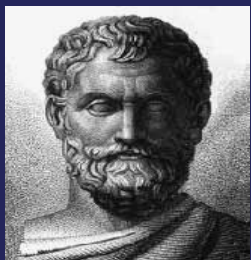


- Definitie
- Teoreme
- Cazuri
- Aplicatii 1
- Test
- Aplicatii 2

- Determinati distanta de la un observator aflat in punctul B de pe mal, la copacul A de pe malul celalalt.



Solutie



Definiţie

Teoreme

Cazuri

Aplicaţii

Test

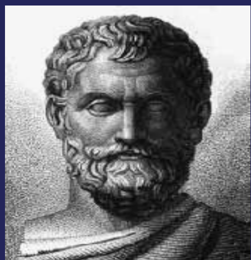
Asemănarea triunghiurilor

- Se realizează din ţăruşi, conform desenului, un triunghi ABC şi un segment DE, paralel cu BC, astfel încât punctele A, D, B şi respectiv A, E, C să fie coliniare.

Din teorema fundamentală a asemănării, pentru triunghiul ABC şi paralela DE$\parallel$BC avem , adică AD=$\frac{DE \cdot DB}{BC - DE}$.

Toate lungimile DE, DB, BC pot fi măsurate (sunt pe acelaşi mal cu observatorul).După măsurători calculul e simplu utilizând formula de mai sus, ne dă distanţa AD.

Asemănarea triunghiurilor



Definitie

Teoreme

Cazuri

Aplicatii 1

Test

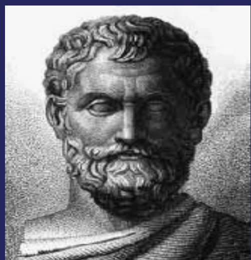
Aplicatii 2

Un vânător are o puşcă AB, lungă de 1,20 m. Partea AD de la un capăt al puştii până la trăgaci este 1/3 din puşcă. El ocheşte o pasăre C care se află la 100 m depărtare de el.Dar vânătorului îi tremură mâna şi din cauza aceasta , în momentul când apasă pe trăgaci puşca se roteşte în jurul capătului A astfel încât punctul D se ridică cu un segment DE=2 mm.

Cu câţi m deasupra ţintei trece glonţul?

Asemănarea triunghiurilor

Solutie



Definiție

Teoreme

Cazuri

Aplicații

Test

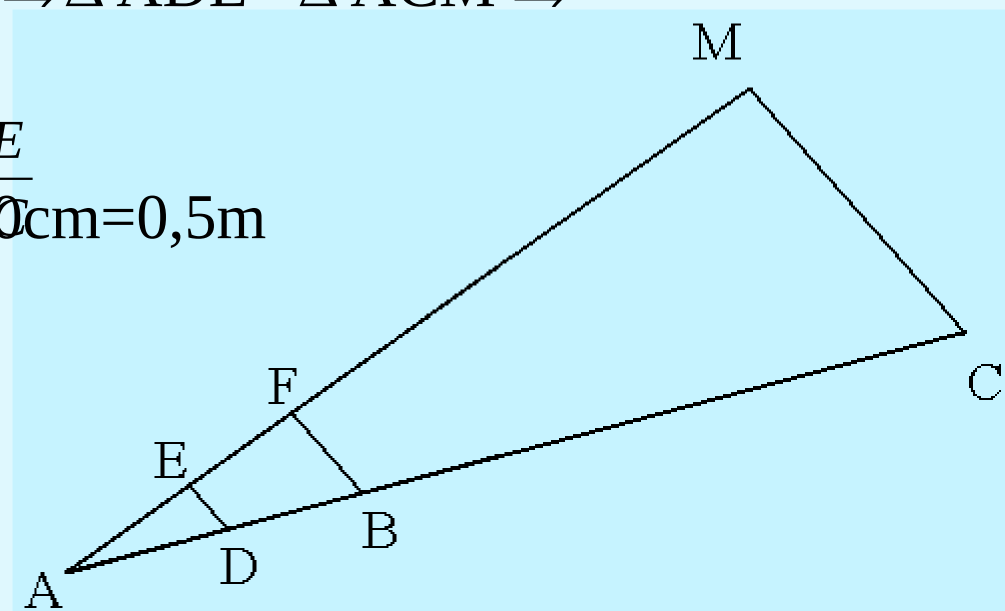
AC=100m =10000cm . DE=2mm=0,2cm,

AB=1,20m=120cm, $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$AD=40cm

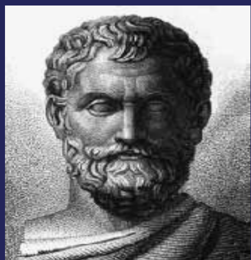
DE $\|$MC $\Rightarrow \Delta$ ADE~ Δ ACM $\Rightarrow$

$\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{MC}$

$\Rightarrow$MC=50cm=0,5m



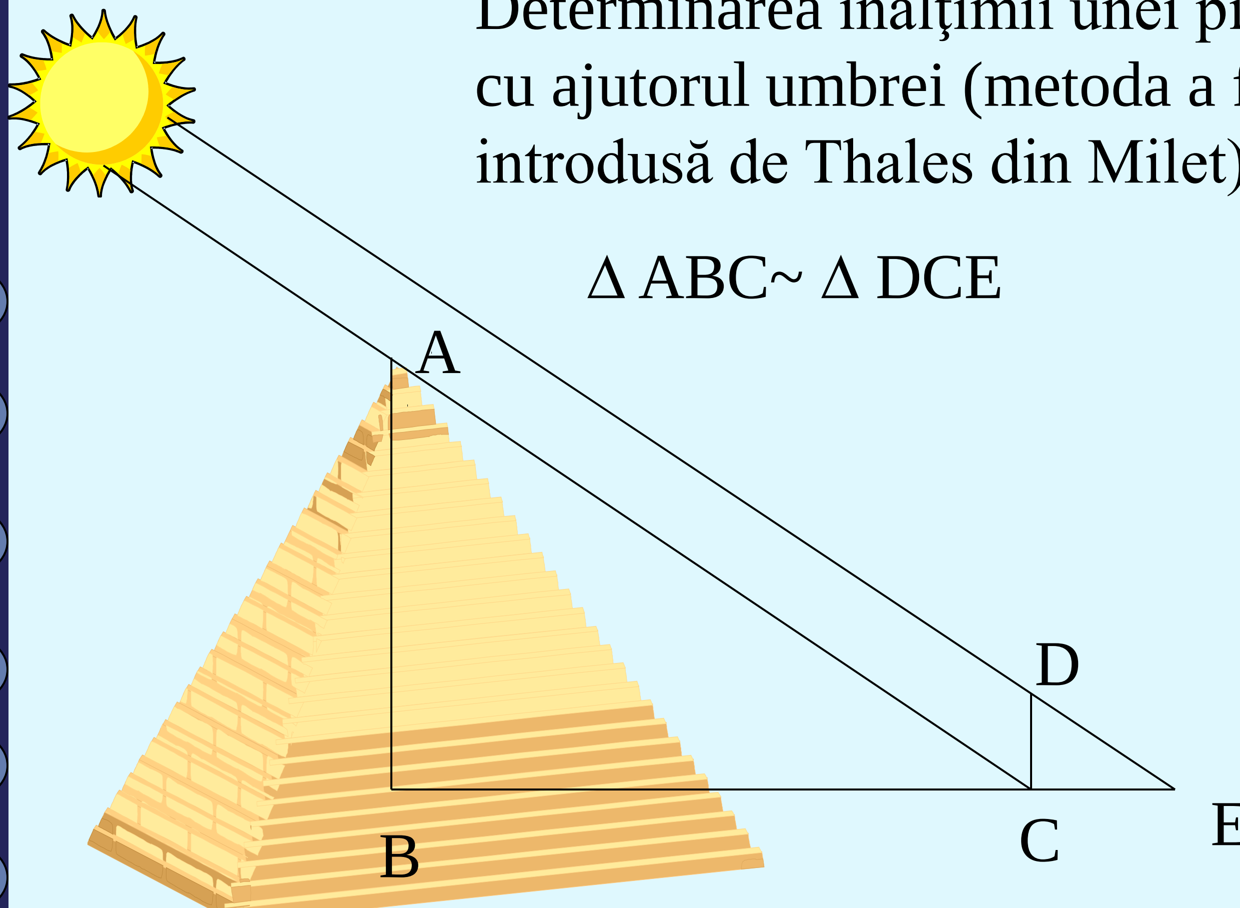
Asemănarea triunghiurilor

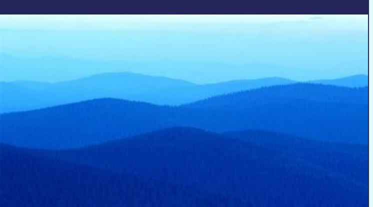


Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

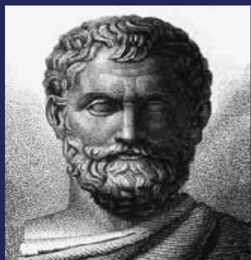
Determinarea înălţimii unei piramidei cu ajutorul umbrei (metoda a fost introdusă de Thales din Milet).

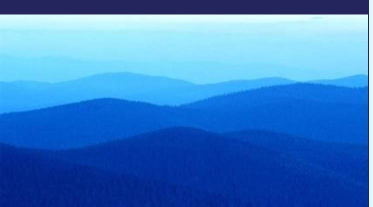
$\Delta ABC \sim \Delta DCE$





Asemănarea triunghiurilor





Test de evaluare

clasa a VII-a - Asemănarea triunghiurilor

Pentru fiecare problema rezolvata corect realizezi 20 de puncte!

Numele elevului:

1. In triunghiul dreptunghic ABC, m(<A)=90 se construieşte înălţimea AD, D $\in$(BC). Cate perechi de triunghiuri asemenea s-au format?

a)1 b)2 c)3 d)0

2. Pe laturile triunghiului ABC se consideră punctele E si F, E$\in$ (AB), F $\in$(AC) astfel încât AE·AB=AF·AC. Care din următoarele afirmaţii sunt adevărate?

i) EF||BC ii) m(<F)=m(<B) iii) Δ AEF ~ Δ ABC

a)i b)ii c)iii

3. Fie triunghiul ABC şi triunghiul MNP. Dacă AB=(2/5)NP , AC=0.4MN, 15BC=6MP. Care din următoarele propoziţii sunt adevărate?

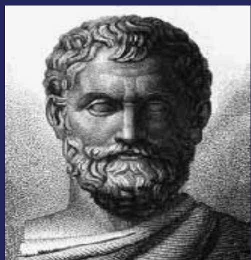
a) Δ ABC nu este asemenea cu Δ NPM ;

b) Δ ABC~Δ NPM ;

Asemănarea triunghiurilor

Test



Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

4. In triunghiul ABC se duce mediana [AM], iar prin centrul de greutate al triunghiului se duce DE||BC, D $\in$ (AB), E $\in$(AC). Daca BD=6, AE=10, stabiliţi care din următoarele afirmaţii sunt adevărate:

a) AD=12; AB=18; EC=5; AC=15

b) AD=4; AB=10; EC=5; AC=15

c) AD=12; AB=18; EC=15; AC=25

5. Pentru două triunghiuri asemenea valoarea raportului de asemănare este 0.5 iar aria unuia dintre ele este 100 cm^2. Aria celui de-al doilea triunghi este:

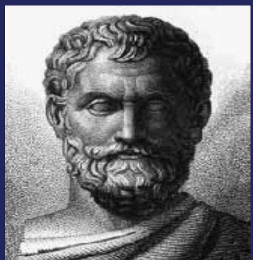
a) 400 cm^2

b) 25 cm^2

c) 400 cm^2 sau 25 cm^2

Solutii

Asemănarea triunghiurilor



Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

1. c)

$(\Delta ABC \sim \Delta DBA;\ \Delta ABC \sim \Delta DBC;\ \Delta ABD \sim \Delta CAD)$

2. b)

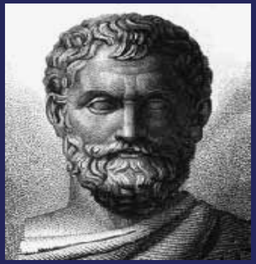
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AF}{AB} \\ <EAF \equiv <CAB \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta ACB \Rightarrow <F \equiv <B \Rightarrow$$

$m(<F) = m(<B)$

3. b)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{AB}{NP} = \dfrac{2}{5} \\ \dfrac{AC}{MN} = \dfrac{2}{5} \\ \dfrac{BC}{MP} = \dfrac{2}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AB}{NP} = \frac{AC}{MN} = \frac{BC}{MP} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta NPM$$

Asemănarea triunghiurilor



Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

4) a) G-centrul de greutate al Δ ABC $\Rightarrow \dfrac{AG}{AM} = \dfrac{2}{3}$ (1)

DE $\parallel$ BC(G$\in$(DE), M$\in$ (BC)) $\Rightarrow$ DG $\parallel$ BM $\Rightarrow$ Δ ADG~Δ ABM $\Rightarrow$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AG}{GM} \qquad (2)$$

Din (1) şi (2) $\Rightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{AD}{AB-AD} = \dfrac{2}{3-2} \Rightarrow \dfrac{AD}{BD} = \dfrac{2}{1} \Rightarrow$

AD=12 ; AB=AD+BD $\Rightarrow$ AB= 18.

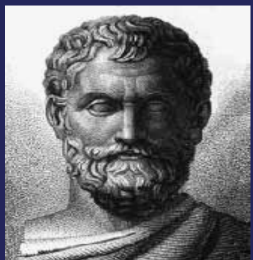
GE $\parallel$ MC $\Rightarrow$ Δ AGE~Δ AMC $\Rightarrow \dfrac{AG}{AM} = \dfrac{AE}{AC} \Rightarrow \dfrac{2}{3} = \dfrac{10}{AC} \Rightarrow$ AC= 15;

EC=AC-AE $\Rightarrow$ EC=5.

5) c) C1: A_1=100 cm^2, avem $\dfrac{A_1}{A_2} = (0{,}5)^2 \Rightarrow \dfrac{100}{A_2} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow A_2 = 400$ cm^2

C2: A_2=100 cm^2, avem $\dfrac{A_1}{A_2} = (0{,}5)^2 \Rightarrow \dfrac{A_1}{100} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow A_1 = 25$ cm^2

Asemănarea triunghiurilor

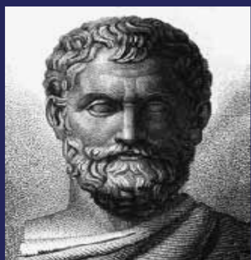


Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

- În triunghiul ascuţitunghic ABC, C_1 este piciorul înălţimii din C iar M piciorul medianei din B. Fie P intersecţia dreptelor CC_1 cu BM. Dacă $BM=CC_1$ şi m(□PAC)=300, demonstraţi că: a) □PAC□□ABM; b) ΔMPC□ΔMBC; c) triunghiul ABC este echilateral.

- Fie M mijlocul laturii BC a unui triunghi ABC şi O mijlocul lui AM. Găsiţi valoarea raportului $\frac{AP}{AB}$, unde {P}=OC□AB.

Asemănarea triunghiurilor



Definitie
Teoreme
Cazuri
Aplicatii 1
Test
Aplicatii 2

- Fie triunghiul ABC cu AB=AC=a şi BC=b. Se prelungeşte latura BC dincolo de C cu segmentul CE astfel încât BD·CE=a^2. Paralela prin B la AD intersectează AB în P, BM ∩CP={Q}. Demonstraţi că △BQP∼△ABC şi $\frac{AM}{MC}\cdot\frac{AP}{PB}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$
- Se dă triunghiul ABC în care P este mijlocul laturii BC. Fie M∈(AB), N∈(AC)astfel încât MN ∥ BC şi {Q}=MP∩BN. Perpendiculara în Q pe dreapta AC intersectează pe AC în R şi paralela prin B la AC în T. Arătaţi că: a) TP ∥ MR; b) △MRQ∼△PRQ.